Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=1-xe^{1-x}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}$, Interpréter graphiquement le résultat.

b) Montrer que la droite $\Delta: y=1$ est une asymptote à la courbe $\mathscr{C}$ au voisinage de $+\infty$.

2°) a) Montrer que pour tout $x\in IR$, $f'(x)=(x-1)e^{1-x}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3°) a) Etudier la position relative de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite Δ.

b) Montrer que la droite D est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point I.

c) Montrer que I est un point d'inflexion pour la courbe $\mathscr{C}$.

d) Tracer, dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe $\mathscr{C}$ et la droite Δ.

4°) Pour tout $\alpha>1$, on considère $\mathcal{A}_\alpha$ l'aire en (u.a) de la partie $\mathcal{P}_\alpha$ du plan limité par la courbe $\mathscr{C}$, la droite des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=\alpha$.

a) Vérifier que pour tout réel x, $f(x)=1-e^{1-x}-f'(x)$.

b) Montrer que $\mathcal{A}_\alpha=h(\alpha)$.

c) Placer sur l'axe $(O,\vec{i})$ le réel α_0 pour lequel $\mathcal{A}_{\alpha_0}=1$.

d) Hachurer la partie $\mathcal{P}_{\alpha_0}$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn